# Miroirs sphériques et lentilles minces dans l'approximation de Gauss

Expériences et simulations permettent de conclure que les miroirs et les lentilles sphériques ne donnent d'un point A une unique image A' que dans certaines conditions appelées conditions de Gauss :

| |
|---|
| Les rayons lumineux sont proches de l'axe et peu inclinés par rapport à l'axe. |

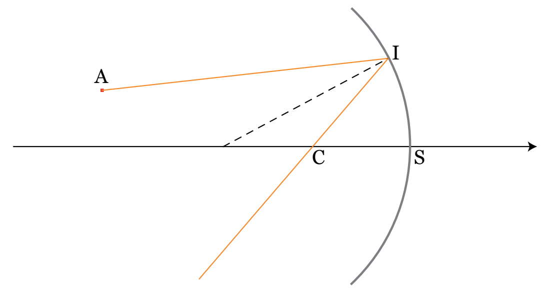
## Table des matières



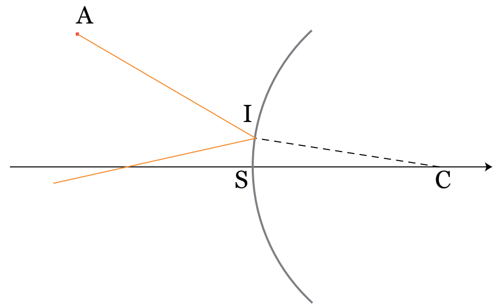
# 1 Miroirs sphériques

## 1.1 Miroir concave (convergent) ou convexe (divergent)

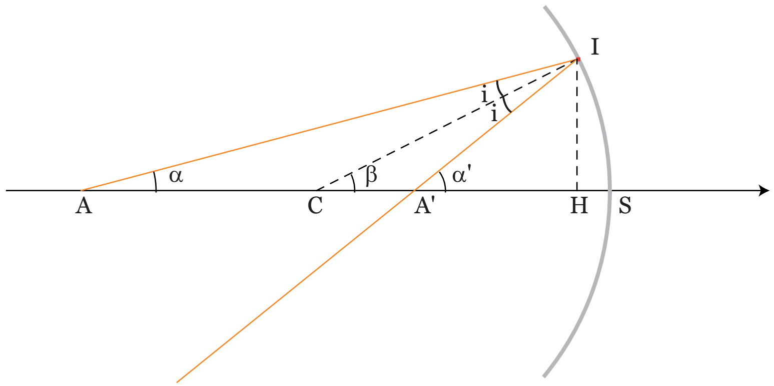
Miroir concave :




Miroir convexe :




## 1.2 Stigmatisme approché dans les conditions de Gauss



$$i = \beta - \alpha = \alpha' - \beta \Rightarrow \alpha + \alpha' = 2\beta$$

Dans les conditions de Gauss où les rayons sont proches de l'axe et peu inclinés par rapport à l'axe :

$$\alpha \simeq -\frac{\overline{HI}}{\overline{SA}} \quad \alpha' \simeq -\frac{\overline{HI}}{\overline{SA'}} \quad \beta \simeq -\frac{\overline{HI}}{\overline{SC}}$$

d'où la **relation de conjugaison** (indépendante du rayon considéré)

$$\boxed{\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}}$$

On parle de **stigmatisme approché**

$$A \xrightarrow{miroir\ spherique} A'$$

On dit que A' est le conjugué de A ou encore que A et A' sont conjugués.

### 1.3 Points particuliers - Distance focale - Vergence

Si $A = C$ alors $A' = C$

$$C \xrightarrow{miroir\ spherique} C$$

Si $A = A_\infty$ alors $A' = F'$

$$A_\infty \xrightarrow{miroir\ spherique} F'$$

$F'$ **foyer image** tel que

$$\boxed{\overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2} = f' = \frac{1}{V}}$$

$f'$ **distance focale image** et $V$ **vergence**

Si $A' = A'_\infty$ alors $A = F$

$$F \xrightarrow{miroir\ spherique} A'_\infty$$

$F$ **foyer objet** tel que

$$\boxed{\overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2} = f}$$

$f$ **distance focale objet**

Un rayon parallèle à l'axe optique (issu d'un point à l'$\infty$ sur l'axe) est réfléchi en passant par $F'$.
Un rayon passant par $F$ est réfléchi parallèlement à l'axe optique (« convergeant » vers un point à l'$\infty$ sur l'axe).

### 1.4 Aplanétisme approché dans les conditions de Gauss - Plan focal

Voir simulation.
Stigmatisme dans les conditions de Gauss :

$$A \xrightarrow{miroir\ spherique} A'$$

$$B \xrightarrow{miroir\ spherique} B'$$

Aplanétisme dans les conditions de Gauss : $B'$ est dans le plan perpendiculaire à l'axe passant pas $A'$.
De même

$$A_\infty \xrightarrow{miroir\ spherique} F'$$

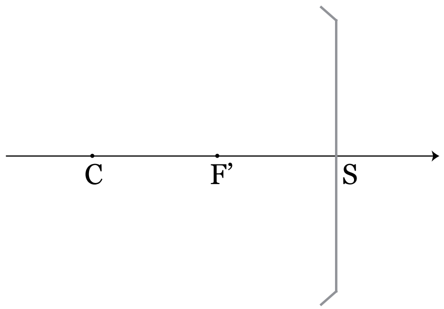
$$B_\infty \xrightarrow{miroir\ spherique}$$

le conjugué de $B_\infty$ est dans le plan perpendiculaire à l'axe passant par $F'$ appelé **plan focal**.

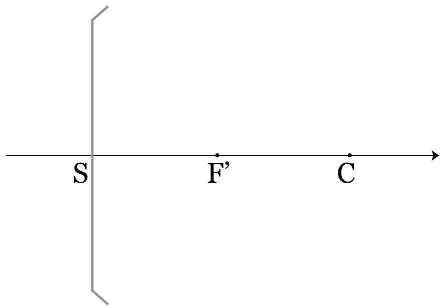
### 1.5 Modélisation du miroir sphérique et constructions géométriques

#### 1.5.1 Modélisation

Cette modélisation concerne le miroir sphérique utilisé dans les conditions de Gauss.
On dilate les schémas perpendiculairement à l'axe optique.
Miroir concave :




Miroir convexe :



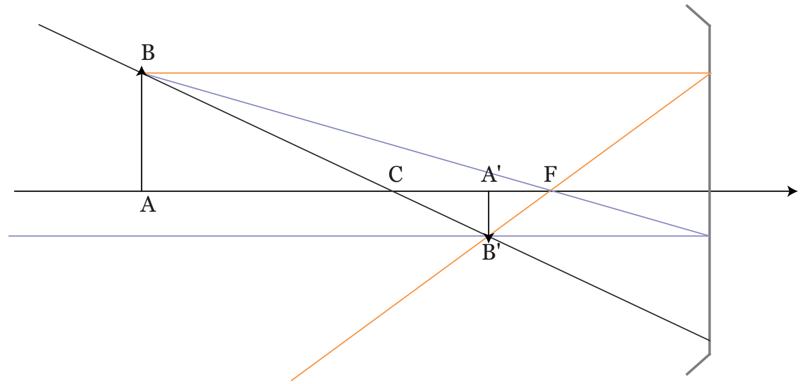

Attention, les lois de la réflexion ne sont plus vérifiées sur le schéma (sauf en $S$) !

### 1.5.2 Construction de l'image $A'$ d'un point $A$ sur l'axe

$$A \rightarrow B \xrightarrow{stigmatisme} B' \xrightarrow{aplanetisme} A'$$

L'image d'un point étant un point, deux rayons suffisent pour trouver $B'$ à choisir parmi les 3 rayons remarquables suivants :

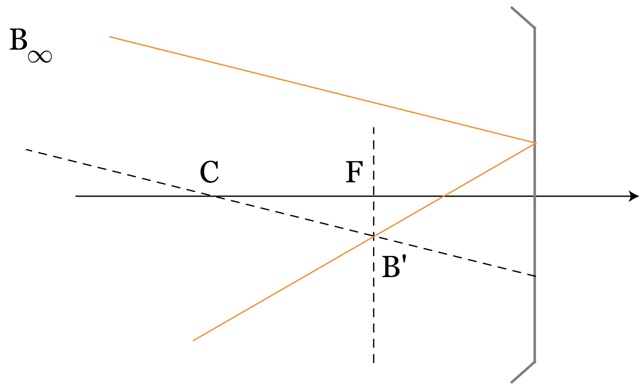
- Le rayon parallèle à l'axe (issu d'un point à l'infini sur l'axe) et passant par $B$ est réfléchi en passant par $F'$ ;
- Le rayon passant par $B$ et par $F$ est réfléchi parallèlement à l'axe ;
- Le rayon passant par $B$ et par $C$ est réfléchi en repassant par $C$.



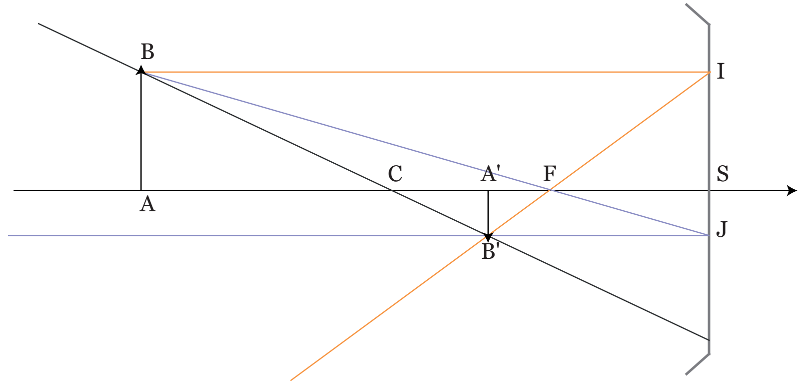

### 1.5.3 Construction d'un rayon réfléchi

$$B_\infty \rightarrow A_\infty \xrightarrow{stigmatisme} F' \xrightarrow{aplanetisme} B'$$

On fait comme si le rayon parvenait d'un point à l'infini en dehors de l'axe ; le rayon parallèle passant par C (provenant aussi de $B_\infty$) coupe le plan focal en $B'$ conjugué de $B_\infty$ ; Tous les rayons issus de $B_\infty$ convergent en $B'$ après réflexion (stigmatisme), le rayon est donc réfléchi en passant par $B'$



### 1.6 Relations de conjugaison et grandissement




Dans les triangles ABS et A'B'S

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{SA}} = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}}$$

Dans les triangles ABC et A'B'C

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{CA'}}$$

Dans les triangles ABF et SJF

$$-\frac{\overline{AB}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{SF}}$$

Dans les triangles A'B'F et SIF

$$-\frac{\overline{A'B'}}{\overline{FA'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{SF}}$$

On en déduit la relation de conjugaison avec origine au sommet ou encore **formule de Descartes** (déjà vu)

$$\boxed{\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}}$$

avec origine au centre

$$\boxed{\frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{2}{\overline{CS}}}$$

avec origine aux foyers ou encore **formule de Newton**

$$\boxed{\overline{FA}\,.\,\overline{FA'} = \overline{SF}^2 = f^2 = \frac{\overline{SC}^2}{4}}$$

Le **grandissement**

$$\boxed{\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} = -\frac{\overline{SF}}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{FA'}}{\overline{SF}}}$$

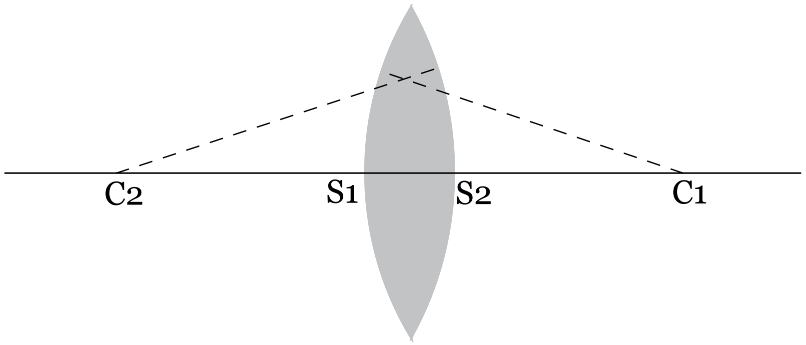
### 1.7 Le miroir plan (vu comme un limite du miroir sphérique)

$\overline{SC} \to \infty \Rightarrow V = 0$, le miroir plan est **afocal**

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = 0 \Rightarrow \overline{SA'} = -\overline{SA} \; et \; \gamma = +1$$

## 2 Lentilles minces

### 2.1 Définition




La lentille mince est constituée de deux dioptres sphériques qui vérifient :

$$e = S_1S_2 \ll C_1S_1$$

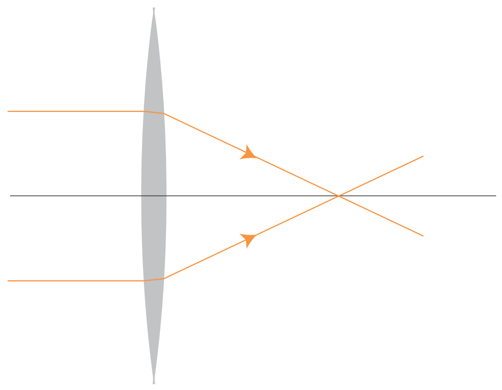
$$e \ll C_2S_2$$

$$e \ll C_1C_2$$

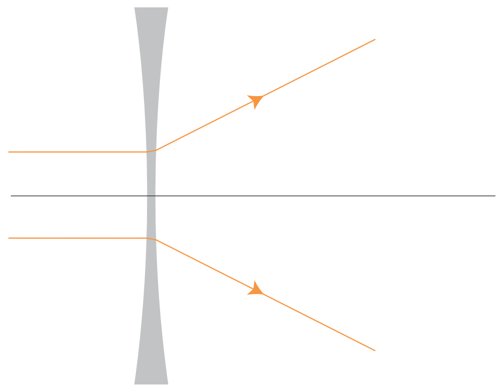
alors $S_1 \simeq S_2 \simeq O$ centre de la lentille.

## 2.2 Lentille mince convergente ou divergente

Lentille mince convergente :



Lentille mince divergente :



## 2.3 Stigmatisme approché dans les conditions de Gauss - Vergence

Voir simulation.
L'image d'un point est un point ?
Oui si les rayons sont proches de l'axe et peu inclinés par rapport à l'axe :

$$A \xrightarrow{lentille\ mince} A'$$

La **relation de conjugaison** donne alors la relation entre la position de $A$ et de son conjugué $A'$ :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = V}$$

en fonction de la **vergence** $V > 0$ pour une lentille mince convergente et $V < 0$ pour une lentille mince divergente.

## 2.4 Points particulier - Distance focale

Les rayons passant par le **centre** O ne sont pas déviés (on considère qu'au voisinage de O, on a une lame à faces parallèles).

$$A_\infty \xrightarrow{lentille\ mince} F'$$

$F'$ **foyer image** de la lentille tel que

$$\overline{OF'} = \frac{1}{V} = f'$$

**distance focale image** de la lentille.

$$F \xrightarrow{lentille\ mince} A'_\infty$$

$F$ **foyer objet** de la lentille tel que

$$\overline{OF} = -\frac{1}{V} = f$$

**distance focale objet** de la lentille.

Les foyers objet et image sont donc symétriques par rapport à O.

## 2.5 Aplanétisme approché dans les conditions de Gauss - Plan focaux

Voir expérience ou simulation.
Si

$$A_\infty \xrightarrow{lentille\ mince} F'$$

alors

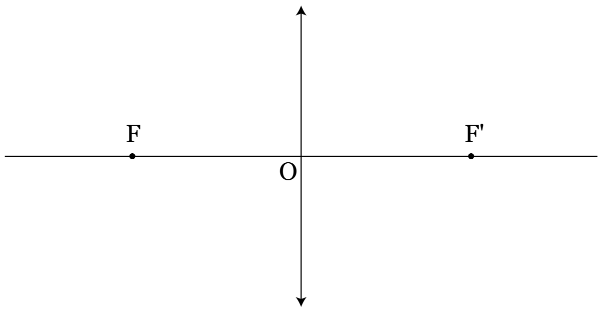
$$B_\infty \xrightarrow{\textit{lentille mince}} B'$$

$B'$ appartenant au plan perpendiculaire à l'axe optique et passant par $F'$, plan appelé **plan focal image**.
De même le conjugué de $B'_\infty$ appartient au plan perpendiculaire à l'axe optique et passant par $F$, plan appelé **plan focal objet**.

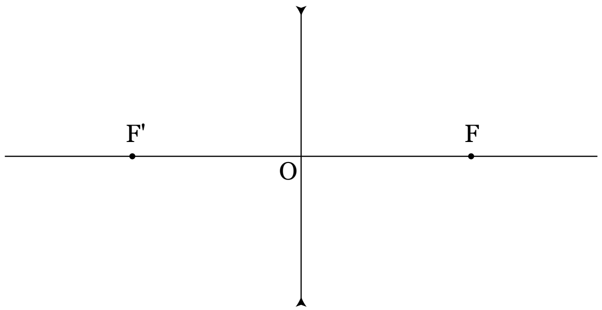
## 2.6 Modélisation de la lentille mince et constructions géométriques

### 2.6.1 Modélisation

Cette modélisation concerne la lentille mince utilisée dans les conditions de Gauss.
On dilate les schémas perpendiculairement à l'axe optique.
Lentille mince convergente :




Lentille mince divergente :



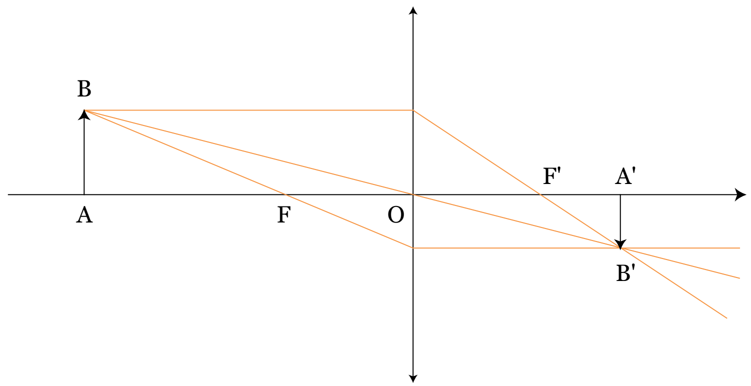

Attention, les lois de la réfraction ne sont plus vérifiées sur le schéma !

### 2.6.2 Construction de l'image $A'$ d'un point $A$ sur l'axe

$$A \to B \xrightarrow{\textit{stigmatisme}} B' \xrightarrow{\textit{aplanetisme}} A'$$

L'image d'un point étant un point, deux rayons suffisent pour trouver $B'$ à choisir parmi les 3 rayons remarquables suivants :

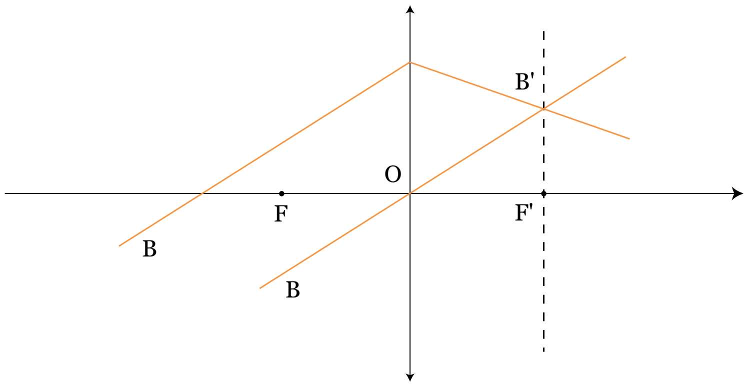
- Le rayon parallèle à l'axe (issu d'un point à l'infini sur l'axe) et passant par $B$ est transmis en passant par $F'$ ;
- Le rayon passant par $B$ et par $F$ est transmis parallèlement à l'axe ;
- Le rayon passant par $B$ et par $O$ n'est pas dévié.




### 2.6.3 Construction d'un rayon transmis

$$B_\infty \to A_\infty \xrightarrow{\textit{stigmatisme}} F' \xrightarrow{\textit{aplanetisme}} B'$$

On fait comme si le rayon parvenait d'un point à l'infini en dehors de l'axe ; le rayon parallèle passant par O (provenant aussi de $B_\infty$) coupe le plan focal en $B'$ conjugué de $B_\infty$ ; Tous les rayons issus de $B_\infty$ convergent en $B'$ après transmission (stigmatisme), le rayon est donc transmis en passant par $B'$




## 2.7 Relations de conjugaison et grandissement

Dans les triangles ABO et A'B'O

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OA'}}$$

Dans les triangles ABF et OJF

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{OF}}$$

Dans les triangles A'B'F' et OIF'

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{F'A'}} = -\frac{\overline{AB}}{\overline{OF'}}$$

On en déduit la relation de conjugaison avec origine au centre ou encore **formule de Descartes** (déjà vu)

$$\boxed{\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}}$$

avec origine aux foyers ou encore **formule de Newton**

$$\boxed{\overline{FA}\,.\,\overline{F'A'} = \overline{OF}\,.\,\overline{OF'} = -f'^2}$$

Le **grandissement**

$$\boxed{\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\frac{\overline{OF}}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{\overline{OF'}}}$$