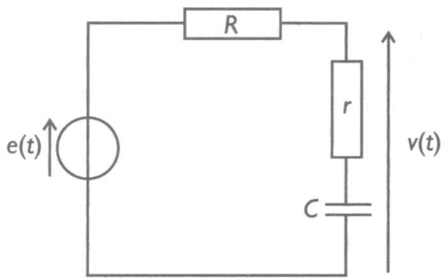
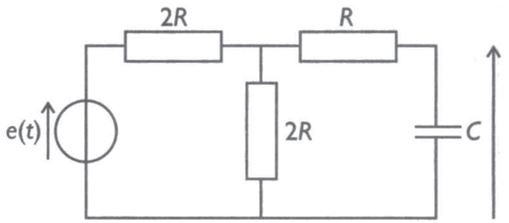
Régime sinusoïdal forcé

Exercice 1. Représentation dans le plan complexe.
On considère le circuit ci-dessous alimenté par une source de tension sinusoïdale $e(t)$ de pulsation ω.



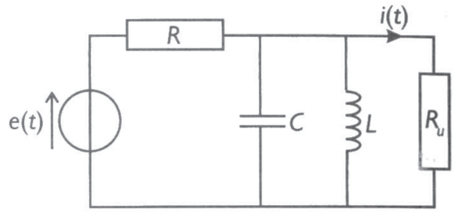
Le régime permanent est supposé établi. On choisit l'origine des temps de façon à écrire $i(t) = I\cos(\omega t)$, $e(t) = E\cos(\omega t + \varphi)$ et $v(t) = V\cos(\omega t + \psi)$.
1. Comment s'écrivent les amplitudes complexes $\underline{I}$, $\underline{V}$, et $\underline{E}$ associées aux grandeurs physiques introduites ? Calculer $\underline{I}$ et $\underline{V}$ en fonction de $\underline{E}$ et donner l'expression de V.
2. Exprimer les angles φ et ψ. Que peut-on affirmer à leur sujet ? Faire un diagramme dans le plan complexe en précisant les différents angles et les amplitudes.
3. Application numérique : on donne $R = 40\,k\Omega$; $r = 30\,k\Omega$; $C = 0,1\,\mu F$; $\omega = 100\pi\,rad.s^{-1}$; $E = 220\,V$. Calculer numériquement V, φ et ψ.

Exercice 2. Étude d'un circuit (d'après concours).
On considère le circuit représenté sur le schéma de la figure ci-dessous. La source de tension impose $e(t) = E_0\sin(\omega t + \varphi)$.

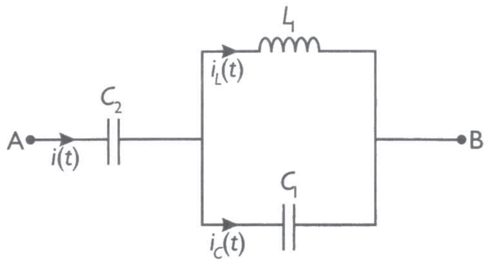


1. Montrer que la tension u aux bornes du condensateur C vérifie l'équation différentielle : $e_0(t) = \tau\dfrac{du}{dt} + u$. On exprimera $e_o(t)$ et τ.
2. Montrer que la solution de cette équation différentielle correspondant au régime sinusoïdal forcé peut s'écrire sous la forme : $u(t) = U_0\sin(\omega t + \psi)$, en identifiant U_0 et ψ.
3. Quelle doit être la valeur de φ pour que le régime forcé s'établisse instantanément, c'est-à-dire pour qu'il n'y ait pas de régime transitoire ? A l'instant $t = 0^-$ où l'on connecte le générateur, le condensateur est totalement déchargé.

Exercice 3. Modélisations de Thévenin et de Norton.
Déterminer le courant circulant dans la résistance R_u, le générateur délivrant une tension sinusoïdale de pulsation ω.



Exercice 4. Détermination de courants (d'après concours).
Le dipôle de bornes A et B représenté sur la figure est soumis à la tension $v(t) = V_0\cos(\omega t)$.

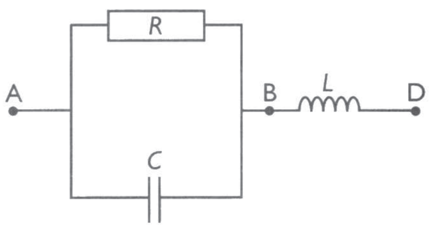


1. Calculer l'impédance $\underline{Z}$ du dipôle.
2. En déduire l'expression en fonction du temps de l'intensité i du courant traversant le condensateur de capacité C_2.

3. Établir les expressions en fonction du temps des intensités i_L et i_C des courants qui circulent respectivement dans la bobine d'inductance propre L et dans le condensateur de capacité C_1.
4. Déterminer les pulsations ω_1 et ω_2 telles que l'intensité $i(t)$ est respectivement nulle (ω_1) et infinie (ω_2).
5. La fréquence correspondant à ω_1 est $5\,kHz$ et celle correspondant à ω_2 est $2,5\,kHz$. Sachant que $C_1 = 14\,nF$, calculer L_1 et C_2 exprimés respectivement en mH et en nF.
6. Pour la pulsation ω_3 telle que $L_1C_2\omega_3^2 = 1$ (ce qui correspond à la résonance série entre la bobine et le condensateur de capacité C_2), montrer que l'intensité $i_C(t)$ qui circule dans C_1 ne dépend pas de l'un des éléments du dipôle étudié ; établir l'expression complète de ce courant en fonction du temps , exprimée en mA, sachant que $V_0 = 20\,V$.

Exercice 5. Puissance dans un dipôle.

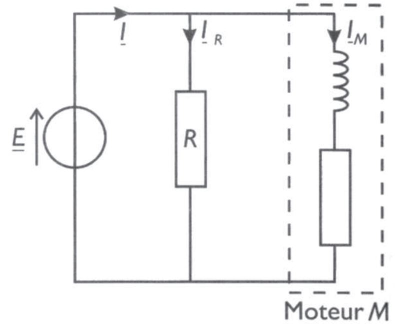
On alimente le dipôle AD représenté sur le schéma de la figure ci-dessous par une tension sinusoïdale de valeur instantanée $u(t) = U_0\sqrt{2}\cos(\omega t)$.



1. Exprimer L en fonction de R , C et ω pour que le dipôle AD soit équivalent à une résistance pure R_{eq}. On donne $R = 100\,\Omega$, $C = 100/3\,\mu F$ et $\omega = 400\,rad/s$. Calculer L. On conservera cette valeur pour la suite.
2. Le circuit étant alimenté par une tension de valeur efficace $U_0 = 180\,V$, calculer la valeur efficace de l'intensité du courant I dans la bobine. Faire l'application numérique.
3. Calculer les valeurs efficaces des différences de potentiel entre A et B puis B et D.
4. Calculer la valeur efficace des intensités des courants I_1 et I_2 circulant respectivement dans la résistance et dans le condensateur. Faire l'application numérique.
5. Calculer la puissance moyenne consommée dans le dipôle AD. Faire l'application numérique.

Exercice 6. Facteur de puissance (d'après concours).

Un générateur de tension idéal délivrant une force électromotrice de $380\,V$ efficaces et de fréquence $50\,Hz$ alimente un circuit constitué d'une lampe à incandescence de résistance $R = 38\,\Omega$ connectée en parallèle avec un moteur M que l'on peut schématiser par une bobine d'inductance L et une résistance r associées en série.



On désigne respectivement par φ , φ_R, φ_M, les déphasages des courants $\underline{I}$, $\underline{I}_R$, $\underline{I}_M$ par rapport à la tension $\underline{E}$ et par I , I_R et I_M les valeurs efficaces respectives de ces courants.
1. Exprimer I en fonction de I_R et I_M.
2. On mesure $I_M = 6\,A$ et $I = 15\,A$. Calculer la puissance moyenne P_M, sur une période, absorbée par le moteur.
3. Calculer la puissance moyenne P_g sur une période, fournie par le générateur.
4. Calculer le facteur de puissance $\cos\varphi$ de l'installation.
5. On désire modifier le facteur de puissance de l'installation. Pour cela, on branche un condensateur aux bornes du moteur. Calculer la valeur de la capacité C nécessaire pour que le nouveau facteur de puissance $\cos\varphi'$ soit égal à l'unité.