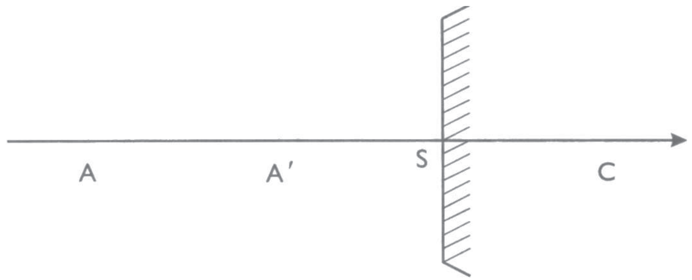
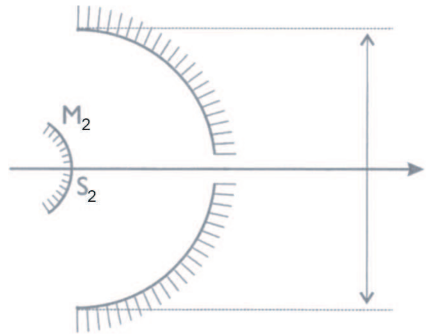
Miroirs sphériques et lentilles minces dans l'approximation de Gauss

Exercice 1. Observation d'objets célestes (d'après concours).
Soit un miroir convexe, de sommet S, de centre C, utilisé dans l'approximation de Gauss, de rayon $R = \overline{SC}$.

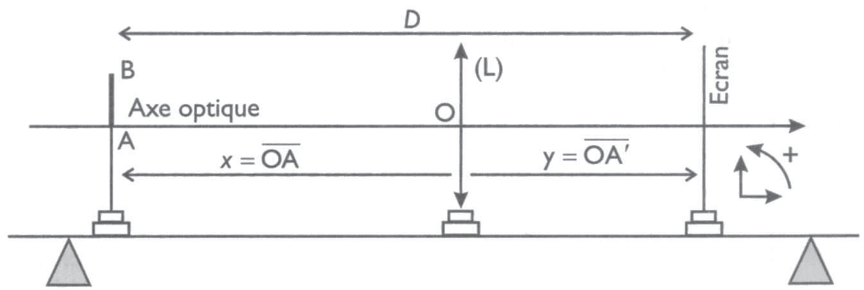


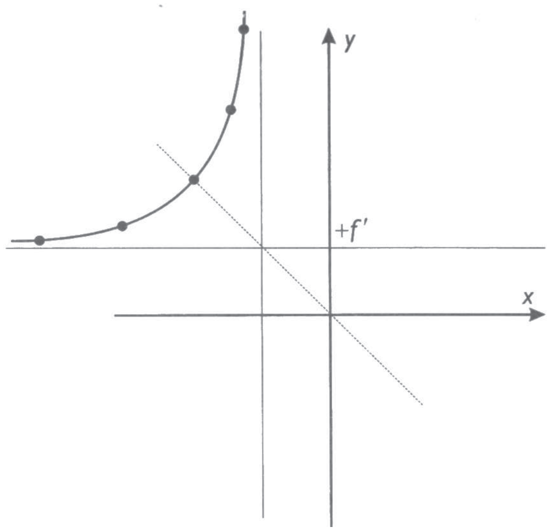
1. Rappeler ce qu'est l'approximation de Gauss.
2. Rappeler les formules de conjugaison du miroir avec origine au sommet reliant la position d'un point objet A de l'axe (Sx) à son image A'. On posera $x = \overline{SA}$ et $x' = \overline{SA'}$. Placer les foyers du miroir. Soit un objet à l'infini, centré sur l'axe du miroir, vu sous un angle α ; déterminer son image à travers le miroir : sa position, sa taille, la nature de l'image. Faites la construction géométrique et l'application numérique. L'angle sous lequel est vu l'objet est de $\alpha = 2$" et $R = 4,465\,m$. Déterminer la taille de l'image.
3. Les deux miroirs sont associés, M_1 est concave, de sommet S_1, de rayon R_1, et M_2 est convexe de sommet S_2 et de rayon $R_2 = R = 4,465\,m$.
Données $R_1 = 19,972\,m$, $S_2S_1 = 8,184\,m$.
L'ensemble constitue l'objectif d'un télescope (Pic du Midi), monté en « Cassegrain ».



a. Soit un objet lumineux, ponctuel, à l'infini, sur l'axe ; déterminer son image après réflexion des rayons lumineux sur M_1 puis sur M_2.
b. Soit un objet lumineux, étendu, à l'infini, de diamètre apparent α. Déterminer son image. Application numérique : $\alpha = 2$ secondes d'arc.
c. En admettant que le système des deux miroirs est équivalent à une lentille mince, déterminer la position du centre de cette lentille et sa distance focale image ; l'exploitation d'une construction géométrique simple sera la bienvenue.

Exercice 2. Détermination des formules de conjugaison d'une lentille mince convergente (d'après concours).
Un objet lumineux AB rectiligne est placé perpendiculairement à l'axe optique d'une lentille mince convergente (L) de distance focale $f' = 4\,cm$. Un écran E peut se déplacer sur un banc optique en restant perpendiculaire à l'axe du système.





Pour une distance donnée de l'objet et de l'écran, deux positions de la lentille (L) donnent de AB une image nette A'B'. Ces deux positions sont symétriques par rapport au milieu de la distance D objet-écran. Les distances algébriques suivantes sont mesurées, $x = \overline{OA}$ entre (L) et l'objet AB et $y = \overline{OA'} = \overline{OE}$ entre (L) et l'image A'B' pour plusieurs positions de l'écran, l'objet restant fixe. On obtient des points expérimentaux (ronds noirs) qui se placent sur une branche d'hyperbole. Le point limite qui permet de positionner l'asymptote ($x \to -\infty$, $y = +f'$) a été obtenu en plaçant l'objet AB au foyer objet d'une lentille auxiliaire convergente (L') placée en avant de (L).

1. Quel est le fait expérimental qui permet de dire que la courbe obtenue est symétrique par rapport à la deuxième bissectrice d'équation $y = -x$?
2. En prenant pour équation de l'hyperbole la forme générale $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$, trouver une relation entre d et a. Lorsque l'écran est placé à $4f'$ de l'objet, il n'y a plus qu'une seule position de la lentille (L) qui donne de l'objet A une image A' sur l'écran. Où se trouve alors le centre optique O de la lentille ? En déduire la valeur de la constante b.
3. Montrer que les relations trouvées pour les paramètres a, b, c et d permettent d'écrire l'équation $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ sous la forme $\dfrac{1}{y} - \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{f'}$ appelée relation de conjugaison de la lentille (L).
4. Vérifier, par le calcul, que cette loi donne, pour une distance D fixe entre l'objet et l'écran, deux positions de (L) qui conjuguent l'objet et l'image. Établir une condition sur la distance D. Quelle est la conséquence pratique de cette condition ?
5. Donner, pour l'autre branche de l'hyperbole, les natures des objets et des images correspondantes.
6. Faire la construction géométrique de l'image A'B' de l'objet AB avec $x = -2\,cm$.