

# Du gaz parfait monoatomique aux fluides réels et aux phases condensées

## Exercice 1. Pression, température, équation d'état et énergie interne du gaz parfait monoatomique.

Démontrer que la pression exercée par un GPM peut s'écrire

$$p = \frac{1}{3}mn^*\langle v^2 \rangle$$

où  $m$  est la masse de l'atome,  $n^*$  le nombre d'atomes par unité de volume et  $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$  la vitesse quadratique moyenne.

On définit la température cinétique  $T$  comme une mesure de l'énergie cinétique moyenne par atome par la relation

$$\langle \frac{1}{2}mv^2 \rangle = \frac{3}{2}k_B T$$

Retrouver alors l'équation d'état du GPM

$$p = n^* k_B T$$

ou

$$pV = nRT$$

On appelle énergie interne  $U$  d'un GPM la somme des énergies cinétiques de ses atomes. Retrouver la relation

$$U = \frac{3}{2}nRT$$

## Exercice 2. Effusion gazeuse.

Soit un récipient constitué de deux compartiments de même volume  $V$  maintenus à la température  $T$ . A l'instant  $t = 0$ , une mole d'un gaz parfait remplit le compartiment (1), le compartiment (2) est vide et on perce un petit trou de section  $s$  entre les deux compartiments.

On note  $N_1$  et  $N_2$  les nombres de molécules dans les compartiments (1) et (2).

On adopte pour le gaz parfait le modèle simplifié suivant : les vecteurs vitesse sont parallèles à l'une des six directions de vecteurs directeurs  $\mathbf{u}_x, \mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z, -\mathbf{u}_x, -\mathbf{u}_y, -\mathbf{u}_z$  avec un sixième des molécules dans chacune de ces six directions. La norme  $\|\mathbf{v}\|$  de toutes les molécules est identique égale à la vitesse quadratique moyenne  $v^*$ .

1) Établir l'expression du nombre  $dN_{1 \rightarrow 2}$  de molécules contenues dans le compartiment (1) et traversant la surface  $s$  entre l'instant  $t$  et  $t + dt$ . Même question pour  $dN_{2 \rightarrow 1}$ .

- 2) En déduire les expressions de  $\frac{dN_1}{dt}$  et  $\frac{dN_2}{dt}$  en fonction de  $N_1, N_2, s, v^*$  et  $V$ .
- 3) Établir les expressions de  $N_1(t)$  et  $N_2(t)$ . On fera apparaître une constante de temps  $\tau$  caractéristique du phénomène observé.
- 4) Comment varie  $\tau$  avec la masse des molécules ?

## Exercice 3. Modèle de Van der Waals.

Le tableau ci-dessous donne le volume molaire  $V$  (en  $m^3.mol^{-1}$ ) et l'énergie interne molaire  $U$  (en  $kJ.mol^{-1}$ ) de la vapeur d'eau à la température  $t = 500^\circ C$  pour différentes valeurs de la pression  $p$  (en bars). On donne en outre la constante des gaz parfaits  $R = 8,314 J.K^{-1}.mol^{-1}$ .

$p$	1	10	20	40	70	100
$V$	$6,43.10^{-2}$	$6,37.10^{-3}$	$3,17.10^{-3}$	$1,56.10^{-3}$	$8,68.10^{-4}$	$5,90.10^{-4}$
$U$	56,33	56,23	56,08	55,77	55,47	54,78

- 1) Justifier sans calcul que la vapeur d'eau ne se comporte pas comme un gaz parfait. On se propose d'adopter le modèle de VAN DER WAALS pour lequel on a :

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

et

$$U = U_{GP}(T) - \frac{a}{V}$$

- 2) Calculer le coefficient  $a$  en utilisant les énergies internes des états à  $p = 1 \text{ bar}$  et  $p = 100 \text{ bars}$ .
- 3) Calculer  $b$  en utilisant l'équation d'état avec  $p = 100 \text{ bars}$ .
- 4) Quelle valeur obtient-on alors pour  $U$  à  $p = 40 \text{ bars}$  ?
- 5) Quelle température obtient-on alors en utilisant l'équation d'état avec  $p = 40 \text{ bars}$  ? Conclure sur la validité du modèle.

## Exercice 4. Équation d'état d'un liquide.

Une mole d'eau liquide est caractérisée dans un certain domaine de températures et de pressions autour de l'état 0 où  $p_0 = 1 \text{ bar}$ ,  $T_0 = 293 \text{ K}$  et  $V_0 = 10^{-3} m^3$ , par un coefficient de dilatation isobare  $\alpha = 3.10^{-4} K^{-1}$  et par un coefficient de compressibilité isotherme  $\chi_T = 5.10^{-10} Pa^{-1}$  constants.

- 1) Établir l'équation d'état  $V = f(p, T)$  de ce liquide.
- 2) Calculer son volume sous  $p = 1000 \text{ bars}$  à  $T = 293 \text{ K}$  et commenter.
- 3) Une mole d'eau liquide est enfermée dans une bouteille métallique de volume  $V_0$  constant. Par suite d'un incendie, la température passe de  $T_0 = 293 \text{ K}$  à  $T = 586 \text{ K}$ . Calculer la pression  $p$  dans le récipient et commenter.