

Statique des fluides

Exercice 1. Densités particulières de l'eau.

Calculer les densités particulières n^* :

- de l'eau à l'état liquide ;
- de l'eau à l'état gaz à la température $T = 400\text{ K}$, sous une pression $P = 1\text{ bar}$. Ce gaz est supposé obéir à la loi des gaz parfaits.

Données : masse volumique de l'eau liquide : $\rho = 1,0 \cdot 10^3\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$; masse molaire de l'eau : $M = 18 \cdot 10^{-3}\text{ kg}\cdot\text{mol}^{-1}$; nombre d'Avogadro : $N_A = 6,10^{23}\text{ mol}^{-1}$; constante des gaz parfaits : $R = 8,31\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$.

Exercice 2. Théorie de l'atmosphère statique.

Au sol à 15°C , à une pression de 76 cm de mercure, la masse volumique de l'air est $1,225\text{ kg}/\text{m}^3$ ($M = 29\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$). Déterminer en pascal, la pression à 400 m d'altitude dans les cas suivants :

- l'air est incompressible ;
- l'air compressible est isotherme à $T_0 =$ température du sol ;
- l'air compressible a une température qui varie avec l'altitude suivant la loi $\theta = 15 - 0,0065z$ (θ en $^\circ\text{C}$ et z en m) ;
- l'air compressible suit la loi isentropique $p/\rho^\gamma = \text{cte}$ avec $\gamma = 1,4$.

Exercice 3. Facteur de Boltzmann.

Reprendre le problème de l'atmosphère isotherme et montrer que la probabilité de trouver une particule à l'altitude z est proportionnelle à $\exp(-\beta E_p)$ où $\beta = 1/k_B T$ et $E_p = mgz$.

Exercice 4. Statique des fluides incompressibles et homogènes dans le champ pesanteur.

Soit un fluide incompressible et homogène de masse volumique ρ soumis au champ de pesanteur uniforme \mathbf{g} et au repos dans un référentiel galiléen.

- 1) Montrer que la surface libre du fluide est contenue dans un plan horizontal.
- 2) Montrer que l'interface entre deux fluides de masse volumique différente est contenue dans un plan horizontal.
- 3) Soit un tube en U rempli d'eau ($\rho = 1\text{ kg}\cdot\text{L}^{-1}$). On verse dans un des bras du tube une hauteur h d'huile ($\rho = 0,9\text{ kg}\cdot\text{L}^{-1}$). Calculer la différence de hauteur entre la surface libre de l'huile et la surface libre de l'eau.
- 4) Montrer qu'une différence de pression de $1\text{ atm} = 1,013\text{ bar}$ est mesurée par une dénivellation égale à 760 mm de mercure ($\rho = 1,36 \cdot 10^4\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$). Même question avec de l'eau.
- 5) Montrer que toute variation de pression en un point d'un fluide incompressible en

équilibre est intégralement transmise en tout point du fluide (théorème de PASCAL). Interpréter l'expérience dite du « tonneau de PASCAL ».

Exercice 5. Pression sanguine.

On considère en première approximation, le sang ($\rho = 1,2\text{ kg}/\text{L}$) comme étant en équilibre statique. On prendra la pression au niveau du coeur égale à 100 millimètres de mercure.

- 1) Calculer la pression hydrostatique du sang dans les deux cas suivants :
 - au niveau des pieds à 120 cm au dessous du coeur ;
 - au niveau d'une artère cérébrale située à 60 cm au dessus du coeur ;
- 2) Que deviennent ces pressions chez un sujet couché ?

Exercice 6. Poussée d'Archimède 1.

- 1) Un cube de glace flotte dans un verre d'eau. Quand la glace a fondu quel est le niveau d'eau dans le verre ?
- 2) Même question si le cube de glace contient un morceau de métal.
- 3) Même question avec un morceau de liège.
- 4) Expliquer pourquoi un ballon à gaz montera à une altitude bien déterminée, alors qu'un sous-marin qui commence à s'enfoncer descendra jusqu'au fond.
- 5) Dans une voiture qui démarre, un enfant tient un ballon gonflé à l'hélium. De quel côté se déplace le ballon ?

Exercice 7. Poussée d'Archimède 2.

On considère un récipient contenant deux liquides (huile et eau) non miscible dans le champ de pesanteur. On place une bille de bois ($\rho_{\text{bois}} = 900\text{ kg}/\text{m}^3$) dans le dispositif précédent. Où se placera la bille ? Quelle fraction du volume de la bille est immergée dans l'eau ($\rho_{\text{huile}} = 600\text{ kg}/\text{m}^3$ et $\rho_{\text{eau}} = 1000\text{ kg}/\text{m}^3$) ?

Exercice 8. Poussée d'Archimède 3.

Un ballon de volume V est rempli de dihydrogène ($M = 2\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$). Calculer le volume V nécessaire pour entraîner l'ascension d'une nacelle de masse $m = 100\text{ kg}$. On rappelle la masse molaire de l'air $M = 29\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$. Pour l'application numérique, on adoptera le modèle du gaz parfait et on prendra une pression moyenne de 1 bar et une température moyenne de 293 K .

Exercice 9. Barrages.

Un barrage modélisé par une surface plane de largeur L est rempli d'eau sur une hauteur h . Déterminer la résultante des forces exercées par l'eau et l'air.

Même question pour un barrage hémicylindrique de rayon R . Proposer une application numérique.